Appello X di AM3 - 7/9/2010

1) [10 punti] Siano $\omega = (z^2 + y)dx + x^3 dy + y dz$ e $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1,\ z = 1 - x^2 - y^2\}$. Verificare per ω la validitá del Teorema di Stokes rispetto alla superficie S.

2) [10 punti] Discutere l'esistenza ed eventualmente determinare i punti di massimo e minimo assoluto di $f(x, y, z) = (1 + z^2)e^{-y^2}$ sull'insieme $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + 4 \leq 8e^{-y^2 - z^2}\}$.

3) [10 punti] Sia $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < x^2 + y^2 + z^2 < 2,\ x^2 - y^2 + z^2 < 0,\ y > 0\}$. Calcolare

$$\int_V \frac{x^2}{x^2 + z^2}\, dx\, dy\, dz.$$