Appello A di AM3 - 15/6/2010

Gli studenti interessati al recupero di uno dei due esoneri devono svolgere in un'ora e mezza solo i primi due o i secondi due esercizi. Gli altri studenti avranno invece tre ore di tempo per svolgere tre esercizi a scelta.

1) [10 punti] Trovare il valore di massimo e minimo assoluto di $f(x,y,z) = (x-3y-z)^3$ sull'insieme $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2+2y^2+z^2 \leq 1\}$.

2) [10 punti] Fornire una rappresentazione locale in $(0,0)$ dell'insieme degli zeri della mappa

$$F(x,y,z) = \left(\frac{\arctan(x+y^2)}{1+z}, \frac{\log(1+y)}{1+x^2+z^2} \right),$$

fornendo esempi espliciti di intorni di $(0,0)$ e 0 per cui la corrispondente funzione grafico esiste. Trovarne poi lo sviluppo di Taylor al primo ordine in $(0,0)$.

3) [10 punti] Sia K il cono con vertice $(0,1,0)$ e base l'ellisse $x^2 + \frac{z^2}{9} \leq 1$ contenuta nel piano $y = 0$. Calcolare

$$\int_K x^2 \, dx \, dy \, dz.$$

4) [10 punti] Sia $\omega = (y-z)^2 dx + (z^2-x)dy + (x-y)dz$ e C l'intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 1$ e del piano $x+z = 1$. Verificare per tale $1-$forma la validitá del Teorema di Stokes rispetto alla curva C.