

## I Esonero di AM120 - 14/4/2010

**Tema 1** [5 punti] Introdurre la nozione di derivata e dimostrare la formula di derivazione per  $f \circ g$ .

**Tema 2** [5 punti] Enunciare e dimostrare il Teorema di Rolle.

**Tema 3** [5 punti] Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo.

**Esercizio 1** [3 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\ln(3x + 1))}{e^x - 3^x}.$$

**Esercizio 2** [9 punti] Calcolare i seguenti integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2(x+1)}, \quad \int_{-\ln 6}^{-\ln 2} \frac{4+e^x}{1-e^x} \left( \sqrt{\frac{4+e^x}{1-e^x}} + 2 \right) dx, \quad \int \left( x + \frac{1}{x^2} \right) \arctan x \, dx.$$

**Esercizio 3** [6 punti] Siano  $f(x) = \frac{x+3}{x^2-5}$  e  $g(x) = x^3 + 9x^2 + 15x + 15$ .

a) Mostrare che la funzione  $g(x)$  ammette un solo zero  $x_0 < -5$ .

b) Tracciare il grafico della funzione  $f(x)$  determinando anche le regioni di convessità.