

Tutorato di Statistica 1 del 18/03/2009
Docente: Prof.ssa Enza Orlandi
Tutore: Dott.ssa Barbara De Cicco

Esercizio 1.

La popolazione ha $\sigma = 2$ e se \bar{X} è la media campionaria dei campioni di ampiezza 100, bisogna calcolare: $P[|\bar{X} - \mu| < k] = 0.9$

Usando il teorema del limite centrale:

$P[-k < \bar{X} - \mu < k] =$ e per il TLC si ha che $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$, così è possibile approssimare la probabilità cercata e vale:

$$= P\left[\frac{-k}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{k}{\sigma/\sqrt{n}}\right] = P[-5k < Z < 5k] = 2\Phi(5k) - 1 = 0.9 \text{ Allora } k = 0.33.$$

Usando la disuguaglianza di Thebycheff:

$$P[|\bar{X} - \mu| < k] \geq 1 - \frac{E[(\bar{X} - \mu)^2]}{k^2}$$

Allora $k < 0,63$

Esercizio 2.

Sia X la distribuzione del liquido scaricato per bottiglia, $X \sim N(\mu, 1)$. Si consideri un campione di 10 bottiglie scelte a caso.

1. Sia \bar{X} la media campionaria $P[|\bar{X} - \mu| < 0.3] = P\left[\frac{-0.3}{1/\sqrt{10}} < \frac{\bar{X} - \mu}{1/\sqrt{10}} < \frac{0.3}{1/\sqrt{10}}\right] = P[-0.3\sqrt{10} < Z < 0.3\sqrt{10}] = 2\Phi(0.3\sqrt{10}) - 1 = 0.6528$
2. Sia S^2 la varianza campionaria $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

$$P[a_1 \leq S^2 \leq a_2] = P[a_1(n-1) \leq S^2(n-1) \leq a_2(n-1)] = P[9a_1 \leq U \leq 9a_2] = 0.9$$

dove $U \sim \chi_9^2$.

Sia $b_1 = 9a_1$ e $b_2 = 9a_2$ $P[U \leq b_1] = 0.05$ Allora dalle tavole si vede che $b_1 = 3.33$ quindi $a_1 = 0.37$

$P[U \geq b_2] = 1 - P[U \leq b_2] = 0.05$ quindi $P[U \leq b_2] = 0.95$ dalle tavole si vede che $b_2 = 16,9$ e si ricava che $a_2 = 1.87$

Esercizio 3.

Sia X la lunghezza di vita in ore di una lampadina prodotta da una compagnia A, $X \sim N(800, 14.400)$. Sia Y la vita in ore di una lampadina prodotta dalla compagnia B, $Y \sim N(850, 2500)$. Una lampadina viene selezionata a caso da ogni compagnia e lasciata accesa fino al momento di fulminazione.

1. la probabilità che il tempo di vita della lampadina selezionata dalla compagnia A superi la vita della lampadina della compagnia B di 15 ore è data da: $P[X > Y + 15] = P[X - Y > 15]$ Si osserva che $X' = X - Y \sim N(\mu_x - \mu_y, \sigma_x^2 + \sigma_y^2)$ Sia $X' = X - Y$, $\mu_x - \mu_y = \mu_{x'}$ e $\sigma_x^2 + \sigma_y^2 = \sigma_{x'}^2$ allora: $= P\left[\frac{X' - \mu_{x'}}{\sigma_{x'}} > \frac{15 - \mu_{x'}}{\sigma_{x'}}\right] = 1 - \Phi(65/130) = 1 - \Phi(0.5) = 0.3085$
2. La probabilità che almeno una lampadina viva almeno 920 ore è data da: $P[\max\{X, Y\} > 920] = 1 - P[\max\{X, Y\} < 920] = 1 - P[X < 920, Y < 920]$

$$920] = 1 - P[X < 920]P[Y < 920] = 1 - P[Z < 120/120]P[Z < 70/50] = \\ 1 - \Phi(1)\Phi(1.4) = 0.2266$$

Esercizio 4.

Vedere Appello del 11/01/07