Esercizio 1

5) Due conduttori sono costituiti da gusci cilindrici coassiali indefiniti, di spessore trascurabile e di raggio rispettivamente di 3 cm e 5 cm. Essi sono percorsi da correnti in senso inverso, di 2 A nel conduttore interno e 4 A in quello esterno. Si calcoli il campo magnetico (modulo direzione e verso) alle seguenti distanze dall'asse dei cilindri :

a) sull'asse dei cilindri;

b) a 1 cm;

c) a 4 cm;

d) a 8 cm.

5. (a) sull'asse $B = 0$;
   (b) a 1 cm $B = 0$;
   (c) a 4 cm $B = \mu_0 i_1 / (2\pi r) = 1\cdot 10^{-5}$ T;
   (d) a 8 cm $B = \mu_0 (i_1 - i_2)/ (2\pi r) = 5\cdot 10^{-6}$ T.

Esercizio 2

Un avvolgimento di corrente di forma toroidale e sezione rettangolare è costituito da n=100 spire percorse da una corrente i = 5 A. I raggi interno ed esterno sono rispettivamente r_1 = 5 cm ed r_2 = 6 cm, e la larghezza del toroide è a = 1 cm. Determinare il campo $\vec{B}$ all'interno del toroide e i suoi valori massimo e minimo.

Soluzione:

Si applica la legge di Ampère scegliendo come cammino di integrazione una circonferenza di raggio r, coassiale con il toroide e ad esso interna, ottenendo

$$2\pi r B(r) = \mu_0 n I \quad \Rightarrow \quad B(r) = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r}.$$

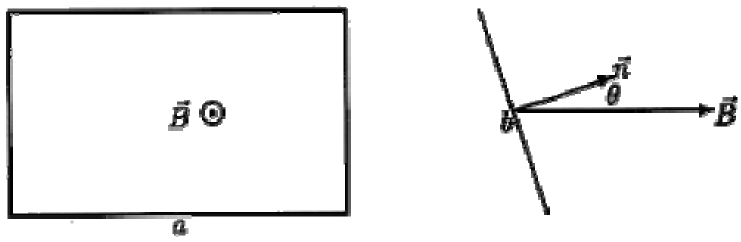
Direzione e verso di $\vec{B}$ sono determinati dalle condizioni di simmetria.
Per i valori minimo e massimo si ottiene:

$$B_{\min} = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r_2} \cong 1.67 \cdot 10^{-3} \quad T$$

$$B_{\max} = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r_1} \cong 2.00 \cdot 10^{-3} \quad T.$$

Esercizio 3

Una spira rettangolare di lati *a* e *b*, percorsa da una corrente di intensità *i*, è immersa in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$ che forma un angolo θ con la normale al piano della spira (vedi figura). Determinare la forza e il momento meccanico risultanti sulla spira e la sua energia potenziale.



Soluzione: I due lati di lunghezza *a* sono soggetti a due forze di ugual modulo $F_a = iaB$, ugual direzione (ortogonale sia al campo, sia ai lati) e verso opposto. Lo stesso avviene per i lati di lunghezza *b*, sui quali agiscono forze di modulo $F_b = ibB\cos\theta$. La risultante delle forze agenti sulla spira è quindi nulla.
Per calcolare il momento meccanico si osservi che la coppia di forze agenti sui lati di lunghezza *b* ha braccio nullo, mentre quella delle forze agenti sui lati dilunghezza *a* ha braccio $b sin\theta$, e quindi il momento meccanico risultante ha modulo $\tau = iabBsin\theta$ e tende ad allontanare i lati di lunghezza *b* dalla direzione del campo: Introducendo il vettore momento di dipolo magnetico

$$\vec{\mu} = iA\vec{n},$$

dove A=*ab* è l'area della spira ed $\vec{n}$ il versore ad essa normale, si può scrivere la relazione vettoriale

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}.$$

L'energia potenziale della spira può essere calcolata come il lavoro necessario per portare la spira da una posizione di riferimento (scegliamo $\theta_0 = \pi/2$) alla generica posizione caratterizzata dall'angolo θ formato dai vettori $\vec{B}$ ed $\vec{n}$ .Si ha quindi:

$$U(\theta) = \int_{\pi/2}^{\theta} \tau d\theta = \int_{\pi/2}^{\theta} \mu B sin\theta d\theta = -\mu B\cos\theta = -\vec{\mu} \bullet \vec{B},$$

espressione analoga a quella già nota per un dipolo elettrico in campo uniforme (oppure per un pendolo semplice in campo gravitazionale, per cui la spira avrà la stessa dinamica e in particolare lo stesso periodo).