

# AM3 tutorato 5

A.A 2008-2009

Docente: Prof. P. Esposito

Tutori: G.Mancini, E. Padulano

Tutorato 5 del 25 Marzo 2009

**Esercizio 1** Determinare il massimo e il minimo della funzione  $f(x, y) = x^2 - x + 2y^2 + 1$  nell'insieme  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}$

**Esercizio 2** Sia  $f(x, y) = y^4 - 2x^2y^3$ . Calcolare il massimo e il minimo assoluti di  $f$  sull'insieme  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq y \leq 1 - x^2\}$

**Esercizio 3** Determinare il massimo e il minimo della funzione  $f(x, y, z) = e^{x^2+y-yz}$  nella sfera in  $\mathbb{R}^3$  di centro l'origine e raggio 1.

**Esercizio 4** Determinare i punti dell'insieme  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \leq 1 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$  in cui la funzione  $f(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 - x^2z + y^4$  assume il suo valore minimo.

**Esercizio 5** Sia  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^4 - x^2 + y^2 = 0\}$

(a) Provare che  $C$  è un insieme compatto.

(b) Determinare i punti di  $C$  che distano meno dalla retta  $y = -2$

**Esercizio 6** Sia  $\mathcal{C} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, z > 0\}$  e sia  $f(x, y, z) = z^2 + 2xz - xy^2$

(a) Stabilire se  $f$  è superiormente/inferiormente limitata su  $\mathcal{C}$ .

(b) Calcolare  $\sup_{\mathcal{C}} f$  e  $\inf_{\mathcal{C}} f$  specificando se si tratta di massimo/minimo e determinando eventualmente i punti in cui sono raggiunti.

**Esercizio 7** Sia  $F(x, y, z) = \begin{cases} x + y + z & \text{se } z > 0 \\ e^{x^2+y-yz} & \text{se } z \leq 0 \end{cases}$

Determinare l'estremo superiore/inferiore di  $f$  nella palla  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  e stabilire se si tratta di massimo/minimo.