

Am1c – Tutorato I

Ripasso di Am1

Mercoledì 25 Febbraio 2009

Filippo Cavallari

Esercizio 1 Calcolare i seguenti limiti supponendo noti soltanto i seguenti limiti notevoli:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 - 6x^5 + 4x + 3}{x^3 - 4}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 7x^4 + 12x^3 + 4}{x^8 + 14x^5 - 80}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^6 - 14x^3 + 24}{(6x^3 + 2)^2}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 14x - 8}{x^6 - 4x^5 + x^4 - 4x^3}$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow e} \frac{x - e}{\sqrt{x} - \sqrt{e}}$$

$$(13) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$$

$$(15) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{11x} - 1}{x}$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{A^x - B^x}{x} \quad A, B > 1$$

$$(17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}}{\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x}}$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\tan^4 x + 1)}{e^{2\sin^4 x} - 1}$$

$$(19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin^2 x^2}{\ln x^4}$$

$$(20) \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x^2)^{\frac{1}{\log_{17} x^2}}$$

$$(21) \lim_{x \rightarrow 0} x \tan\left(xa + \arctan \frac{b}{x}\right)$$

$$(22) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sin(x^3 - 4x^2 + x - 4)}{\sin(x^2 - 6x + 8)}$$

$$(23) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - x + x^2)}{x}$$

$$(24) \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + e^x)^x$$

$$(25) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^x$$

$$(26) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin x \left[\ln(\sqrt{x+1}) - \ln(\sqrt{x+1}) \right]$$

$$(27) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln x}$$

$$(28) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^x - x^4$$

$$(29) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \sin \frac{1}{x}$$

$$(30) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(e^x - 1)}{\ln(2 - \cos x)}$$

Esercizio 2 Dimostrare che non esistono i seguenti limiti e, ove possibile, calcolare limite destro e sinistro:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin \frac{1}{x}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{|5-x|}{5-x}$$

Esercizio 3 Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{h \rightarrow 0} f(x+h) - f(x-h) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Questo implica che la funzione è continua?

Esercizio 4 Discutere la continuità delle seguenti funzioni:

$$(1) f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^{2n+1}}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} x^5 \sin^4\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{x^2} 5^{\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$$

$$(4) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 7x + 10}{x + 5} & x \neq -5 \\ 4 & x = -5 \end{cases}$$

Esercizio 5 Dire per quali valori dei parametri le seguenti funzioni sono continue:

$$(1) f(x) = \begin{cases} ax + b & x \geq 1 \\ cx^2 + dx + 2 & x < 1 \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} ax^8 + 7 & x \geq 0 \\ e^{bx} - c & x < 0 \end{cases}$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} x^a \sin^4 x & 0 < x < 1 \\ 0 & x = 0 \\ |x|^b \cos^3\left(\frac{1}{x}\right) & -1 < x < 0 \end{cases}$$