

Esecitazione AC01 n.3-A.A. 2008-2009-18/03/09

Esercitatore: Maristella Petralla

Integrali e Formula Integrale di Cauchy

1. Calcolare $\int_{\gamma} \frac{z}{\bar{z}} dz$ dove $\gamma = \partial D$ é il cammino chiuso che racchiude il dominio

$$D := \{ z \in \mathbb{C} \mid 1 < |z| < 2, \operatorname{Im} z > 0 \}$$

percorso in senso antiorario.

2. Calcolare $\int_{\gamma} \log z dz$, con γ descritto dal punto z con $|z(t)| = e^t$ e $\arg(z(t)) = t$ per $0 \leq t \leq 2\pi$.

3. Calcolare servendosi della formula di Cauchy i seguenti integrali

(a) $\int_{\gamma} \frac{e^z}{z} dz$, con $\gamma(t) = e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$;

(b) $\int_{\gamma} \frac{|dz|}{|z-a|^2}$, con $\gamma(t) = \rho e^{it}$, $\rho > 0$, $|a| \neq \rho$ (si prova che $|dz| = -i\rho \frac{dz}{z}$);

(c) $\int_{\gamma} \frac{e^z - e^{-z}}{z^4} dz$, con $\gamma(t) = 3e^{it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

4. Se $f(z)$ é una funzione olomorfa, anche $g(z) = \overline{f(\bar{z})}$ é olomorfa?
5. Sia $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione olomorfa, se $\int_{\gamma} \frac{f(z)}{z-z_0} dz = 0$, con γ circonferenza di centro z_0 allora f si annulla in z_0 ?
6. Sia $f(z)$ funzione olomorfa, se $\operatorname{Re} f(z) = \operatorname{Im} f(z)$ per ogni z , f é costante?
7. Sia $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ funzione olomorfa, se $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$, per ogni γ cammino chiuso, allora f é una funzione identicamente nulla?