

## Esecitazione AM3 n.4-A.A. 2007-2008

### Integrali impropri

1. Calcolare, se esiste, il seguente integrale

$$\int_{\mathbb{R}^2} \frac{dx dy}{(1 + x^2 + y^2)^2}.$$

2. Integrando per parti nell'integrale  $\int e^{-x^2} dx$  calcolare

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx.$$

3. Dimostrare che la funzione  $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{-\alpha}$  é integrabile in senso improprio in  $I := \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 1 \}$  se  $\alpha < \frac{3}{2}$ , mentre é integrabile in senso improprio in  $\mathbb{R}^3 \setminus I$  se  $\alpha > \frac{3}{2}$ . calcolare gli integrali in questi casi.

4. Calcolare l'integrale

$$\int_T \log(y + 2x) dx dy$$

dove  $T$  é il dominio delimitato dalle rette  $y + 2x = 0$ ,  $y + 2x = 1$  e dalle parabole  $y = x^2$  e  $y = x^2 + 1$ .

5. Calcolare l'integrale

$$\int_T (x + \log y) dx dy dz$$

dove  $T$  é il tetraedro con vertici nei punti  $(0, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 1)$ ,  $(1, 0, 1)$  e  $(0, 0, 1)$ .