AM3 Professore Esposito

Tutorato II del $16-03-2007$

Tutore: Alessandro Masi [1]

http://matematica3.altervista.org/index.html

Esercizio 1

Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false. In caso falso esibire un controesempio.
Sia $f:\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$

1. f ammette tutte le derivate direzionali in $u_o \Rightarrow f$ è differenziabile in u_0
2. f non è differenziabile in $u_0 \Rightarrow$ tutte le derivate direzionali di f in u_0 non esistono
3. $\exists\ Df(u_0)$ e $\forall \underline{v} \in \mathbb{R}^n$ si ha

   $\lim_{|v|\to 0} \frac{|f(u_0+v)-f(u_0)-Df(u_0)\cdot v|}{|v|} = 0 \Rightarrow$ f è differenziabile in u_0
4. $\nexists\ Df(u_0) \Rightarrow f$ non è differenziabile in u_0

Esercizio 2

Sia

$$\begin{aligned} f:\mathbb{R}^2 \quad &\longrightarrow \quad \mathbb{R} \\ (x,y) \rightarrow f(x,y) = &\begin{cases} \log(x-y)\cdot e^{\frac{-1}{(x-y)}} & \text{se } x-y>0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \end{aligned}$$

Discutere la regolarità di f su tutto $\mathbb{R}^2$.

Esercizio 3

Sia

$$\begin{aligned} f:\mathbb{R}^3 \quad &\longrightarrow \quad \mathbb{R} \\ (x,y,z) \rightarrow f(x,y,z) = &\begin{cases} 1 & \text{se } (x,y,z)=(0,0,0) \\ \frac{\log(1+\sqrt{x^2+y^2+|z|^\alpha})}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} & \text{altrimenti} \end{cases} \end{aligned}$$

Discutere la regolarità di f in $(0,0,0)$ al variare di $\alpha>0$.

[1] Gnoccographyc

Esercizio 4

Sia

$$\begin{aligned} g:\mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ r \to g(r) &= \begin{cases} \arctan(\frac{1}{r}) & \text{se } |r| \geq 1 \\ \frac{\pi}{4} r & \text{se} |r| < 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Sia f(x,y):= x $\cdot g(y)$.
Discutere la regolarità di f su $\mathbb{R}^2$.