

## Appello X di AM3 - 6/9/2007

1) Sia  $f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$  e  $D = \{(x, y) : x \geq 0, 0 \leq y \leq 4 - 2x\}$ . Determinare il valore massimo/minimo di  $f(x, y)$  in  $D$  ed esibire i punti ove viene raggiunto.

2) Calcolare l'integrale superficiale

$$\int_{\Sigma} \frac{x}{\sqrt{1 + \sin^2 y}} d\sigma,$$

ove  $\Sigma$  è la porzione della superficie di equazioni  $x = u \cos v$ ,  $y = v$ ,  $z = \cos v$  al variare di  $0 \leq v \leq u$ ,  $0 \leq u \leq \frac{\pi}{2}$ .

3) Sia

$$f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3 z}{x^4 + y^4 + z^2} & \text{se } (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y, z) = (0, 0, 0). \end{cases}$$

Allora:

- discutere la continuità di  $f(x, y, z)$  in  $(0, 0, 0)$ ;
- calcolare le derivate parziali di  $f(x, y, z)$  in  $(0, 0, 0)$ ;
- discutere la differenziabilità di  $f(x, y, z)$  in  $\mathbb{R}^3$ ;
- provare o confutare l'affermazione  $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ .

4) Usando la definizione, calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\partial^+ S} (x - y)dx + (x^2 + y)dy,$$

ove  $S$  è l'intersezione del disco unitario col semipiano dell  $x$  positive. Verificare inoltre la validità del Teorema di Gauss-Green.