**Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica**
**Tutorato di AM2 - A.A. 2006/2007**
**Docente: Prof. G. Mancini**
**Tutore: Dott. Andrea Agnesse & Filippo Cavallari**
***http://andynaz.altervista.org/***

Tutorato 2 del 9.10.2006

1. Trovare l'insieme di convergenza $E$ delle seguenti serie di funzioni. Dire inoltre per quale sottoinsieme di $E$ la convergenza è totale.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n^x x^n$
   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^x}{x^n}$
   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} x^{\ln n}$
   (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^4 + x^2}$
   (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \ln \sqrt[n]{1 + \frac{x}{n}}$
   (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n e^{-n(x^2+x+1)}$
2. Sia $f_n(x)$ la successione di funzioni così definita:
$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & x < \frac{1}{n+1} \\ \sin^2 \frac{\pi}{x} & \frac{1}{n+1} \leq x \leq \frac{1}{n} \\ 0 & x > \frac{1}{n} \end{cases}$$
   (a) Mostrare che $f_n(x)$ converge a una funzione continua ma che tale convergenza non è uniforme. Questo non è in contraddizione con quanto visto a lezione?
   (b) Data la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x)$ dimostrare che converge in $[0, 1]$; la convergenza è uniforme in $[\frac{1}{6}, 1]$? E in $[0, 1]$?
3. Dare un esempio di serie di funzioni non continue che converge uniformemente ma non totalmente in $[0, 1]$.
4. Dare un esempio di serie di funzioni continue che converge uniformemente ma non totalmente in $[0, 1]$.