

GE3 - Tutorato 1 - martedì 28 febbraio 2006 d.C.
tutore Federico Coglitore

1. Dimostrare che in uno spazio topologico discreto le uniche successioni convergenti sono quelle (definitivamente) costanti.
2. Dimostrare che in uno spazio topologico banale tutte le successioni convergono a qualsiasi punto.
3. Dimostrare che la continuità è una proprietà locale, ovvero che una funzione $f : X \rightarrow Y$ tra due spazi topologici è continua se e solo se ogni punto di X ha un intorno su cui (la restrizione di) f è continua.

4. Mostrare che

$$F : \mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \quad x \mapsto \frac{x}{1 - |x|^2}$$

è un omeomorfismo tra la palla aperta standard e tutto \mathbb{R}^n .

5. Sia X un insieme e sia $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}(X)$ il sottoinsieme dei complementari degli insiemi finiti unito al sottoinsieme vuoto.
Mostrare che \mathcal{T} è una topologia (detta topologia cofinita) e che \mathcal{T} è discreta $\Leftrightarrow X$ è finito.