Appello C di AM3 - 12/1/2007

1) Dati $f(x,y) = \frac{1+x-y}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$ e $D = \{(x,y) : x^2+y^2 \leq 4\}$, calcolare il valore e i punti di massimo/minimo assoluto di $f(x,y)$ su D.

2) Sia

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2+y^6+z^2)}{x^2+y^6+z^2} & \text{se } (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 1 & \text{se } (x,y,z) = (0,0,0). \end{cases}$$

Discutere la continuitá , la derivabilitá parziale e la differenziabilitá di $f(x,y,z)$ in $(0,0,0)$. Provare o confutare l'affermazione $f \in C^1(\{0\})$.

3) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \ddot{y} + 4y = \tan x \\ y(0) = \dot{y}(0) = 0. \end{cases}$$

4) Siano

$$\omega = -\frac{y+z}{x^2+y^2-z}dx + \frac{x+z^2}{x^2+y^2-z}dy + \frac{xyz}{x^2+y^2-z}dz$$

una 1-forma differenziale e $S = \{(x,y,z) : z = x^2+y^2-1 < 0\}$ una porzione di paraboloide. Verificare direttamente la validitá del Teorema di Stokes per ω sulla superficie S.