

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica  
Corso di GE2 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2004/2005  
Docente: Prof. A. Verra - Esercitatore: Dott.ssa T. Vistarini -Tutori: L. Corsi,  
C. Del Vescovo

Esercitazione del 22/09/2004

Richiami di algebra lineare svolta nel modulo di GE1:  
Concetto di classe di similitudine di matrici quadrate. Diagonalizzazione di operatori lineari, in particolare di operatori lineari simmetrici.

Introduzione, tramite esempi, al concetto di classe di congruenza di matrici quadrate. Forme bilineari simmetriche e non. Matrice associata ad una forma bilineare rispetto a una base fissata.

1.1 Sia data la seguente applicazione:

$$b : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$b(x, y) = 2x_1y_1 + 3x_2y_2 + \frac{28}{5}x_3y_3 - x_1y_2 - x_2y_1 - 2x_1y_3 - 2x_3y_1 + 4x_2y_3 + 4x_3y_2$$

Dimostrare che e' una applicazione bilineare e simmetrica.

Trovare la matrice di b rispetto alla base canonica di  $\mathbb{R}^2$ .

Trovare la matrice di b rispetto alla base  $C = \{(1, 1, 1), (2, -1, 2), (1, 3, -3)\}$ , Che relazione c'e' fra le due matrici ?

Scrivere la forma quadratica associata.

1.2 Sia data la seguente applicazione:

$$b : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$b(x, y) = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 - 2(x_1y_2 + x_2y_1) + x_1y_3 + x_3y_1 - (x_2y_3 + x_3y_2)$$

Dimostrare che e' una applicazione bilineare e simmetrica.

Trovare la matrice di b rispetto alla base canonica .

Trovare la matrice di b rispetto alla base  $C = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$

Scrivere la forma quadratica associata.

1.3 Data una forma quadratica:

$$q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

dimostrare che la forma bilineare simmetrica associata e' unica.

1.4 Sia data la seguente applicazione:

$$b : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

$$b(x, y) = x_1y_1 + 5x_2y_2 - x_1y_2 - 3x_2y_1$$

Dimostrare che e' una forma bilineare non simmetrica.

Trovare la matrice rispetto alla base canonica.

Trovare la matrice rispetto alla base  $C = \{(1, 1), (0, 1)\}$ .

Scrivere la forma quadratica associata.