Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005
Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini
Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni
Sito: *http://andynaz.altervista.org/ge1.htm*

Soluzioni del tutorato n.9 del 5/5/2005

Esercizio 1

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ -\frac{10}{3} & -\frac{2}{3} & -2 & \frac{4}{3} \\ -\frac{10}{3} & -\frac{2}{3} & -2 & \frac{1}{3} \\ -\frac{4}{3} & -\frac{2}{3} & -1 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \qquad \mathcal{B}^{-1} = \frac{12}{11} \begin{pmatrix} 2 & \frac{7}{6} & \frac{1}{2} & 4 \\ -2 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -4 \\ -\frac{2}{3} & -\frac{1}{12} & -\frac{1}{6} & -\frac{9}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & -1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2
$(0, -\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{1}{3})$

Esercizio 3
Se indichiamo con S lo spazio delle soluzioni:

a. dim(S)=0
b. il sistema é incompatibile
c. dim(S)=2
d. dim(S)=0

Esercizio 4

a c. L'equazione del sottoinsieme è un sistema (anche se formato da una sola riga) di equazioni lineari, le cui soluzioni sono un sottospazio affine (c'è un teorema).

b. No; per vederlo possiamo considerare la seguente dimostrazione per assurdo: ipotizziamo che il sottoinsieme (che chiameremo $\mathcal{A}$) sia un sottospazio affine di $\mathbb{A}^3$, dunque $\mathcal{A} = S_{P,\mathcal{W}}$, per qualche $P \in \mathbb{A}^3$ e per qualche $\mathcal{W}$ sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$. In particolare $\mathcal{W}$ sarà la giacitura di $\mathcal{A}$, e dati due punti $P, Q \in \mathcal{A} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} \in \mathcal{W}$. Considerando ora i seguenti punti, $P_1 = (1, 0, 1)$, $Q_1 = (1, 0, 2)$, $P_2 = (0, -1, 0)$, $Q_2 = (0, 1, 0)$, $P_3 = (-1, 0, 0)$, $Q_3 = (1, 0, 0)$, abbiamo che $\overrightarrow{P_1Q_1}, \overrightarrow{P_2Q_2}, \overrightarrow{P_3Q_3} \in \mathcal{W}$; ma questi tre vettori sono tra loro linearmente indipendenti, dunque $\mathcal{W} = \mathbb{R}^3$. Dunque $\mathcal{A} = \mathbb{A}^3$, il che è assurdo perché ci sono punti che non appartengono ad $\mathcal{A}$ (ad esempio il punto $(0, 0, 0)$ non soddisfa l'equazione $x^2 + y^2 = 1$).

d. No (si può ripetere un ragionamento simile a quello del punto b)

Esercizio 5

a. $\{(1,0,0,1),(0,1,0,0),(0,0,1,1)\}$
b. $\{(5,0,5)\}$
c. $\{(0,1,0)\}$