Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005
Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini
Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni
Sito: *http://andynaz.altervista.org/ge1.htm*

Soluzioni del tutorato n.8 del 28/4/2005

Esercizio 1

- Il determinante è nullo (le prime due colonne sono proporzionali).
- $\frac{5}{2} + 3 - 1 = \frac{9}{2}$
- $\frac{1}{12}$
- $\frac{7}{3}$

Esercizio 2

- Ponendo il determinante uguale a zero otteniamo:
  $\frac{2}{3} - ab - a^2 - 6 = 0 \Rightarrow a^2 + ab + \frac{16}{3} = a(a+b) + \frac{16}{3} = 0$; risolvendo rispetto alla b otteniamo $b = -\frac{16}{3a} - a = \frac{-16-3a^2}{3a}$, per $a \neq 0$.
  Dunque le coppie di valori dei parametri (a, b) cercati sono del tipo $(t, \frac{-16-3t^2}{3t})$, con $t \in \mathbb{R} - \{0\}$.
- $\frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$

Esercizio 3

- Considerando la sottomatrice costituita dalla prima, seconda e terza colonna otteniamo che quel minore è $-5 - 10k$, per cui per ogni $k \neq -\frac{1}{2}$ quel minore è non nullo (dunque la matrice ha rango massimo); considerando invece la sottomatrice costituita dalla seconda, terza e quarta colonna abbiamo che il determinante è $\frac{2}{3}k - 2$, che si annulla solo in $k = 3$.
  Dunque la matrice ha rango massimo $\forall\ k \in \mathbb{R}$ (perché le due sottomatrici considerate non si annullano contemporaneamente, dunque $\forall\ k \in \mathbb{R}$ esiste sempre un minore non nullo di ordine massimo, cioé almeno uno dei due).
- $\forall\ k \in \mathbb{R}$ la matrice ha rango 1.
- $\forall\ k \in \mathbb{R}$
- $\forall\ k \neq -1$

Esercizio 4

- $x_1 = -\frac{11}{43}, \qquad x_2 = -\frac{67}{43}, \qquad x_3 = \frac{27}{43}, \qquad x_4 = -\frac{45}{86}$
- $x_1 = \frac{19}{117}, \qquad x_2 = \frac{4}{9}, \qquad x_3 = \frac{154}{351}, \qquad x_4 = \frac{7}{39}$

Esercizio 5

- Chiamando il sistema $\mathcal{A}x = b$, $rg(\mathcal{A}) = 3 \Leftrightarrow \xi \neq -2$, dunque $\forall\ \xi \in \mathbb{R} - \{-2\}$ il sistema è compatibile ($\forall\ b$).
  Se invece consideriamo il caso in cui $\xi = -2$, il sistema è incompatibile, in quanto $rg(\mathcal{A}) = 2$ e $rg(\mathcal{A}|b) = 3$ (in questo caso $rg(\mathcal{A}|b) = 3\ \forall\ \xi$).
- $\forall\ \xi \in \mathbb{R}$