Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005
Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini
Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni
Sito: *http://andynaz.altervista.org/*

Tutorato n.7 del 21/4/2005

Esercizio 1. Determinare il rango delle seguenti matrici:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{AB} \qquad {}^t\mathcal{C}\mathcal{A} \qquad \mathcal{BD}$$

Esercizio 2. Determinare tramite il teorema di Kronecker-Rouché-Capelli se i seguenti sistemi sono incompatibili o ammettono soluzione.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 1 \\ x_1 + x_3 = -1 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = -1 \\ \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_3 + x_4 = -\frac{1}{2} \\ x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ -x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -\frac{147}{17} \end{cases}$$

Esercizio 3. Dire, giustificando la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a) $\mathcal{A} \in GL_n(\mathbb{R})$, se r_i sono le righe e c_i sono le colonne di $\mathcal{A} \Rightarrow$ $< r_1, r_2, \cdots, r_n > = < c_1, c_2, \cdots, c_n >$

(b) $\mathcal{A} \in M_n(\mathbb{R})$, se r_i sono le righe e c_i sono le colonne di $\mathcal{A} \Rightarrow$ $< r_1, r_2, \cdots, r_n > = < c_1, c_2, \cdots, c_n >$

(c) $\mathcal{A} \in M_{n\times m}(\mathbb{R})$, se r_i sono le righe e c_i sono le colonne di $\mathcal{A} \Rightarrow$ $dim_{\mathbb{R}}(< r_1, r_2, \cdots, r_n >) = dim_{\mathbb{R}}(< c_1, c_2, \cdots, c_m >)$

(d) $\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathcal{B} \in GL_3(\mathbb{R}) \Rightarrow rg(\mathcal{AB}) = 2$

(e) $\exists\ \mathcal{A}, \mathcal{B} \in M_n$, con $\mathcal{A}$ invertibile e $\mathcal{B}$ non invertibile tali che $\mathcal{AB} \in GL_n$