

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005

Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini

Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni

Sito: <http://andynaz.altervista.org/>

Soluzioni del tutorato n.6 del 7/4/2005

Esercizio 1

Il rango della matrice \mathcal{A} è 5.

AVVERTENZA: la risoluzione dell'esercizio può causare stress, mal di testa e frustrazione, dunque se ne sconsiglia lo svolgimento!!

Esercizio 3

Il sistema ha ∞^2 soluzioni.

Esercizio 4

Poichè i vettori sono indipendenti, il rango della matrice $\begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n \end{pmatrix}$ è massimo (il rango è uguale a n), dunque la matrice è invertibile, e dunque il sistema ammette un'unica soluzione.

Esercizio 5

- (a) $\mathcal{W}_1 = \mathcal{W}_2$ e $\dim(\mathcal{W}_1) = 2$;
- (b) si nota subito che $\mathcal{W}_1 = \mathbb{R}^3$ e che $\dim(\mathcal{W}_2) = 1$;
- (c) basta notare che \mathcal{W}_1 è il piano xz , mentre \mathcal{W}_2 è il piano xy , dunque $\dim(\mathcal{W}_1) = \dim(\mathcal{W}_2) = 2$, $\dim(\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2) = 3$ e $\dim(\mathcal{W}_1 \cap \mathcal{W}_2) = 1$ (è l'asse x).

NOTA: a volte può essere utile svolgere i conti con vettori che abbiano numeri *semplici*, e a questo scopo è possibile, dato un insieme di generatori, sceglierne un altro che, per esempio, contenga il multiplo di uno dei vettori originari: nell'esercizio 5.(a) tra i generatori appare il vettore $(0, \sqrt{2}, \sqrt{8}) = (0, \sqrt{2}, \sqrt{4 \cdot 2}) = (0, \sqrt{2}, 2\sqrt{2}) = \sqrt{2} \cdot (0, 1, 2)$, dunque al posto dell'insieme di generatori $\{(0, \sqrt{2}, \sqrt{8}), (-1, \frac{1}{2}, 0), (-1, 1, 1)\}$ possiamo prendere $\{(0, 1, 2), (-1, \frac{1}{2}, 0), (-1, 1, 1)\}$.

Similmente nell'esercizio 5.(b) il vettore $(0, -19, 0)$ può essere sostituito con il vettore $(0, 1, 0)$.