

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005

Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini
Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni
Sito: <http://andynaz.altervista.org/ge1.htm>

Soluzioni del tutorato n.11 del 19/5/2005

Esercizio 1

Una base per \mathcal{H} è: $\{h_1 = (1, 0, -1), h_2 = (0, 1, 1)\}$. Dunque $f = (h_1, h_2, u)$ è una base di \mathbb{R}^3 .

$$v = (x, y, z) = ah_1 + bh_2 + cu = (a, 0, -a) + (0, b, b) + (c, 0, c) =$$
$$(a + c, b, -a + b + c) \implies \begin{cases} a = \frac{x+y-z}{2} \\ b = y \\ c = \frac{x-y+z}{2} \end{cases} \implies p_u(v) = \left(\frac{x+y-z}{2}, y, \frac{-x+y+z}{2}\right)$$

Esercizio 2

INIETTIVA:

$$N(F) = \{(0, 0)\} \implies F \text{ è iniettiva!}$$

SURIETTIVA:

$$\dim(N(F)) + \dim(\text{Im}(F)) = \dim(\mathbb{R}^2) \implies 0 + \text{rg}(F) = 2 \implies \text{rg}(F) = 2 \neq 3$$

F non è suriettiva

Esercizio 3

INIETTIVA:

$$N(F) = \left\{\left(\frac{2}{5}t, t, \frac{2}{5}t\right)\right\} \forall t \in \mathbb{R} \implies \dim(N(F)) = 1 \implies F \text{ non iniettiva}$$

SURIETTIVA:

$$\text{rg}(F) = 3 - 1 = 2 \implies F \text{ è suriettiva}$$

Esercizio 4

$$M_{w,v}(id_{\mathbb{R}^3}) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M_{v,w}(id_{\mathbb{R}^3}) = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Esercizio 5

$$M_{w,v}(id_{\mathbb{R}^4}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad M_{v,w}(id_{\mathbb{R}^4}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Esercizio 6

$v_1 = (1, 0, 0)$, $v_2 = (0, 1, 0)$, $v_3 = (0, 0, 1)$ (coordinate nella base v), dunque:
 $F(v_1) = (1, 0, 1)$, $F(v_2) = (-1, 1, 0)$, $F(v_3) = (0, -1, 1)$

Esercizio 7

$$\text{a. } r = \begin{cases} x + y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \quad r = \begin{cases} x = -t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{b. } \beta = y - z = 0 \quad \beta = \begin{cases} x = t \\ y = s \\ z = s \end{cases}$$

$$\text{c. } \alpha = \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases} \quad \alpha = \begin{cases} x = -1 - t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$