

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di GE1 - A.A. 2004/2005
Docente: Prof. A. F. Lopez - Esercitatrice: Dott.ssa T. Vistarini
Tutori: Andrea Agnesse & Nazareno Maroni
Sito: <http://andynaz.altervista.org/ge1.htm>

Tutorato n.11 del 19/5/2005

Esercizio 1 Sia $\mathcal{A} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$. Dimostrare che \mathcal{A} é uno spazio affine su \mathbb{R} .

Esercizio 2 Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione e sia $\mathcal{B} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = f(x)\}$. Dimostrare che \mathcal{B} é uno spazio affine su \mathbb{R} .

Esercizio 3 Sia $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ il 2-spazio affine numerico, sia $O\mathbb{E}_1\mathbb{E}_2$ il sistema di riferimento standard:

- trovare le equazioni parametriche e cartesiana della retta s passante per $P = (1, 2)$ e per $Q = (-1, -1)$;
- trovare le equazioni parametriche e cartesiana della retta r passante per il punto $R = (3, -2)$ e di giacitura $\langle (\frac{1}{2}, \frac{3}{4}) \rangle$;
- s ed r sono sghembe? sono parallele? sono incidenti? (giustificare la risposta);
- trovare gli eventuali punti in comune;
- scrivere l'equazione del fascio proprio di rette di centro $S = (-\frac{7}{2}, \frac{5}{2})$;
- trovare l'equazione della retta π appartenente al fascio passante per il punto R ;
- s e π sono sghembe? sono parallele? sono incidenti? (giustificare la risposta);
- scrivere l'equazione del fascio improprio di rette \parallel a π .

Esercizio 4 Sia $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ il 3-spazio affine numerico, sia $O\mathbb{E}_1\mathbb{E}_2\mathbb{E}_3$ il sistema di riferimento standard:

- trovare l'equazione del fascio proprio di piani avente come asse la retta r di direzione $\vec{v} = (1, 1, 0)$ passante per il punto $P = (1, -\frac{1}{2}, 1)$;

- b. trovare l'equazione cartesiana del piano π passante per $Q = (0, 0, 1)$ e \parallel al piano del fascio passante per $R = (1, 1, -1)$;
- c. consideriamo il piano α del fascio passante per O ; α e π sono paralleli (disgiunti o coincidenti) o incidenti? Determinare (in caso di incidenza) le equazioni parametriche e cartesiane della retta in cui si incontrano;
- d. sia s la retta in cui α e π si incontrano; r e s sono sghembe, parallele o incidenti? (giustificare la risposta);
- e. sia t la retta passante per $S = (-1, 0, 1)$ e $T = (3, 0, \frac{1}{2})$; calcolare le sue equazioni parametriche e cartesiane;
- f. s e t sono sghembe, parallele o incidenti? (giustificare la risposta);
- g. determinare l'equazione cartesiana del piano del fascio con asse $t \parallel s$.

Esercizio 5 Trovare l'inversa della seguente matrice:

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & \frac{2}{3} & -1 \end{pmatrix}$$