

AM1b - Tutorato - Giovedì 7 aprile 2005 d.C.
tutori Federico Coglitore e Gabriele Fusacchia

(1) Dire se convergono le seguenti serie:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n!}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 10n + 5}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} (n!)^{-\frac{1}{n}}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, dove $a_n = \begin{cases} 0 & \text{se } n \text{ non } \acute{\text{e}} \text{ un cubo} \\ \frac{1}{\sqrt{n}} & \text{se } n \text{ } \acute{\text{e}} \text{ un cubo} \end{cases}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}$

(2) Calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$.

(3) Studiare, al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$, la convergenza delle seguenti serie:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n} \left(\frac{x}{x+2} \right)^n$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n^2 x)}{n^2 + x^2}, x > 0$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3 + x^n}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + (\ln x)^n}, x > 0$