

**AM1b - Tutorato - Lunedì 21 marzo 2005 d.C.**  
**tutori Federico Coglitore e Gabriele Fusacchia**

1. Trovare il massimo e il minimo limite delle seguenti successioni:

(a)  $a_n = \cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)$

(b)  $a_n = n^{(-1)^n}$

(c)  $a_n = \frac{1}{\left(-\frac{1}{n}\right)^n}$

(d)  $a_n = \sqrt[n]{(-1)^n n}$

(e)  $a_n = \#\{\text{fattori primi di } n\}$

2. Trovare un esempio di due successioni  $a_n$  e  $b_n$  tali che

$$\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow +\infty} b_n \neq \limsup_{n \rightarrow +\infty} (a_n + b_n)$$

Dimostrare che

$$\limsup_{n \rightarrow +\infty} a_n + \limsup_{n \rightarrow +\infty} b_n \geq \limsup_{n \rightarrow +\infty} (a_n + b_n)$$

3. Calcolare il limite della seguente successione definita per ricorrenza:

$$\begin{cases} a_0 = \alpha \geq 0 \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n} \end{cases}$$

4. Dire se convergono le seguenti serie:

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^5}$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (n^3 + 2) \left(\frac{2}{3}\right)^n$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^9}{n!}$

(d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{2n+1} - \frac{2n-2}{2n-1} \right)$  (se converge, calcolarne la somma)

(e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n n!}{n^n}$ , al variare del parametro  $x \in \mathbb{R}$

(*suggerimento*: studiare la convergenza assoluta tramite il teorema del rapporto).