AM1b - Tutorato - Lunedí 7 marzo 2005 d.C.
tutori Federico Coglitore e Gabriele Fusacchia

1. Dire se i seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}$ sono aperti o chiusi (o nè aperti nè chiusi):
   (a) $\{ x \in \mathbb{R} : 2 < |x| < 5 \}$
   (b) $\{\pi\}$
   (c) $\left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{n-1}{n}, n = 1, 2, 3, \ldots\right\}$
   (d) $\{z \in \mathbb{Z} : z \geq -7\}$
2. Trovare derivato, chiusura, e frontiera degli insiemi del punto precedente.
3. Dimostrare che $\forall A \subset \mathbb{R}$ con $\sup A \notin A$ si ha $\sup A \in \mathcal{D}A$ (ovvero $\sup A$ è un punto di accumulazione di A).
4. Dimostrare che un sottoinsieme di $\mathbb{R}$ è chiuso se e solo se contiene la sua frontiera.
5. Calcolare il limite per $n \to \infty$ delle seguenti successioni:
   (a) $a_n = \frac{n^2-2}{5n^2+1}$
   (b) $a_n = \frac{n^4-n^2+3n}{n^3+1}$
   (c) $a_n = \frac{n-\sqrt{n}}{n+\sqrt{n}}$
6. Dimostrare, usando la definizione di limite di una successione, che $\lim_{n\to\infty} \frac{n}{2^n} = 0$.
   (*suggerimento opzionale*: utilizzare il limite $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$)