AM1b - Tutorato - Lunedì 30 maggio 2005 d.C.
tutori Federico Coglitore e Gabriele Fusacchia

1. Dimostrare che se $f(x)$ è una funzione decrescente e di classe C^1, e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, allora l'integrale $\int_0^\infty f(x)\sin x\,dx$ è convergente.

2. Si calcolino, se esistono, i seguenti limiti, usando il teorema di De l'Hopital:

   (a) $\lim_{x\to 0}(1+x^m)^{\frac{1}{x^k}}$

   (b) $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^x - 1 - x}{1-\cos x + x^2}$

   (c) $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2^{\frac{1}{x}} + 3^{\frac{1}{x}} + 5^{\frac{1}{x}}}{3}\right)^x$

3. Calcolare i seguenti limiti, usando lo sviluppo di Taylor:

   (a) $\lim_{x\to 0}\dfrac{1 - e^{-x^2} + x^3\sin(\frac{1}{x})}{x^2}$

   (b) $\lim_{x\to 0}\dfrac{x^5 e^{x^3} - \log(1+x^5)}{\left(\sqrt{1+x^4}-1\right)^2}$

   (c) $\lim_{x\to 0^+}\dfrac{\log(1-\cos 2x)}{\log \operatorname{tg} 2x}$

4. Calcolare i seguenti integrali:

   (a) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{\sqrt{|x|}}{x^2-2x}\,dx$

   (b) $\displaystyle\int_0^\infty x^n e^{-x}\,dx$

   (c) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x-1}{(x+2)\sqrt{x}}\,dx$