# *SOLUZIONI 4*

*Di Gregorio Laura*

**Esercizio 1.**

(a) SI: per esempio $f(z) := \frac{z-i}{z+i}$;

(b) SI: per esempio $f(z) := z^2$;

(c) NO: la lineare fratta conserva gli angoli in TUTTI i punti dove è definita quindi anche nell'origine dove un angolo di $\pi/2$ verrebbe mandato in un angolo di $\pi$ (cioè $z = 0$ sarebbe mandato in un punto della circonferenza unitaria dove c'è ovviamente un angolo piatto);

(d) SI: per esempio $f(z) := e^z$;

(e) NO: perché l'angolo retto tra la retta $\operatorname{Im} z = 0$ e il segmento $[0, i\pi/2]$ verrebbe mandato in un angolo NON retto che è quello tra la retta $\operatorname{Re} z = -1$ e il segmento $[-1, i/2]$

(f) SI: per esempio $f(z) := \frac{1}{z}$;

(g) NO: non può esistere $f$ biettiva, cioè $U \setminus \{0\}$ e $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ NON sono conformemente equivalenti. Infatti, per assurdo, se una tale $f$ esistesse, chiamando $g$ l'inversa di $f$, $g$ sarebbe estendibile (perché limitata) a tutto $\mathbb{C}$ e quindi per il teorema di Liouville $g$ sarebbe costante: contraddizione!

**Esercizio 2.**

1 Si consideri prima la trasformazione $z \to -\frac{z+1}{z+i}$, poi la $z \to z^{4/3}$ e poi $z \to \frac{z-i}{z+i}$.

2 Si consideri prima la trasformazione $z \to ze^{-i\frac{\pi}{4}}$, poi la $z \to z^{2/3}$, poi $z \to \frac{i-z}{i+z}$, poi $z \to z^2$ e infine $z \to \frac{z-i}{z+i}$.