

AC1 – Tutorato 5

Paolo Tranquilli

15 settembre 2005

1. Calcolare il residuo delle seguenti funzioni nei punti indicati a fianco:

(a) $\frac{\cos z}{\sin z}$, $z_0 = 0, z_1 = \pi, z_2 = -\pi$;

(b) $\frac{z^2 - 2z + 1}{z^2 - 1}$, $z_0 = -1, z_1 = 1$;

(c) $\frac{z^2}{\sin(z+1)(1 - \cos(z-1))}$, $z_0 = -1, z_1 = 1$;

(d) $z^2 e^{1/z}$, $z_0 = 0$;

(e) $\frac{\cos z}{1 - \cos z}$, $z_0 = 0$.

2. Calcolare i seguenti integrali nelle curve indicate a fianco:

(a) $\int_{\gamma} \left(\frac{\cos z}{\sin z} + z\bar{z} \right) dz$, $\gamma(t) = \frac{3}{2}\pi e^{it}$, $t \in [0, 4\pi]$;

(b) $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 - z + 1}$, γ rettangolo di vertici $0, 4i, 10 + 4i, 10$ in senso a/o;

(c) $\int_{\gamma} \frac{e^z}{6z^2 - 11z + 4} dz$, $\gamma(t) = 2 + 2e^{-it}$, $t \in [0, 2\pi]$.

3. Calcolare i seguenti integrali reali:

(a) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx$, $a \in \mathbb{R}$;

(b) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + ax + 1}$, $a \in \mathbb{R}, a > 0$;

(c) $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^n}$, $n \in \mathbb{N}$.