

GE2 - Tutorato VI - Lunedì 17 novembre 2003 d.C.
tutori Federico Coglitore e Chiara Valenti

1. Sia E un piano euclideo con assegnato un riferimento cartesiano Oe_1e_2 .
 - (a) Scrivere le equazioni della rotazione σ di E di centro $P = (1, 2)$ e angolo $\pi/3$.
 - (b) Scrivere le equazioni della riflessione ρ_r con r retta di equazione $x - y + 1 = 0$
 - (c) Individuare la retta s per P tale che $\rho_r \circ \rho_s = \sigma$
2. In ciascuno dei seguenti casi dimostrare che esiste un'unica isometria f di E che soddisfa le condizioni assegnate, e determinarla:
 - (a) ($E = E^2$): $f(0, 0) = (1, 1)$, $f(1, 0) = (2, 1)$ ed f è un'isometria diretta
 - (b) ($E = E^2$): $f(0, 0) = (1, 1)$, $f(1, 0) = (2, 1)$ ed f è un'isometria inversa
 - (c) ($E = E^2$): f lascia fissi i punti della retta $X - 2Y = 0$ e non è l'identità
 - (d) ($E = E^2$): f lascia fissi i punti $(1, 7)$, $(-1, 1)$ e non è l'identità
 - (e) ($E = E^3$): f fissa tutti i punti dell'asse X e dell'asse Y ed è un'isometria diretta.
3. Sia \mathbb{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard Oe_1e_2 . Siano $\mathcal{C}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}$ le curve algebriche definite rispettivamente dalle equazioni:
 $X^2 + Y^2 + 1 = 0$, $X^2 + Y^2 + 2 = 0$, $X - Y = 0$, $Y - X = 0$.
Rispondere ai seguenti quesiti:
 - (a) \mathcal{C} e \mathcal{F} sono la stessa curva?
 - (b) \mathcal{G} e \mathcal{H} sono la stessa curva?
 - (c) \mathcal{C} e \mathcal{F} hanno lo stesso supporto?
 - (d) \mathcal{C} e \mathcal{F} sono congruenti?
 - (e) Siccome l'identità, che è una particolare isometria, non trasforma l'equazione di \mathcal{G} nell'equazione di \mathcal{H} allora \mathcal{G} e \mathcal{H} non sono congruenti tramite l'identità, cioè non sono la stessa curva. Questo ragionamento è giusto o sbagliato?

4. Sia \mathbb{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard Oe_1e_2
- (a) Scrivere le equazioni delle seguenti isometrie: simmetria rispetto all'origine, simmetrie rispetto agli assi coordinati, simmetria rispetto alla retta r di equazione $X - Y = 0$
 - (b) Stabilire quali delle seguenti coniche sono simmetriche rispetto all'origine, agli assi coordinati o alla retta r :
 - i. $XY + Y^2 - Y = 0$
 - ii. $1 + X^2 + Y^2 = 0$
 - iii. $X + Y + XY = 0$
 - iv. $aX^2 + XY + aY^2 = 0 \forall a \in \mathbb{R}$