

Università degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore: Dott. M.
Nesci

Tutorato del 17/03/2003

1.1 Calcolare l'inversa, se esiste, delle seguenti matrici:

$$K = \mathbb{C}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & i \\ 2i & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2-i \\ 2+i & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 2i & 1 \end{pmatrix}$$

1.2 Esprimere le seguenti matrici quadrate a elementi reali come prodotto di matrici elementari:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

1.3 Risolvere i seguenti sistemi con il metodo dell'inversa applicato alla matrice dei coefficienti :

$$K = \mathbb{Q}$$

$$\begin{cases} x + y - \frac{z}{2} = 1 \\ 12y - z = 12 \\ x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$K = \mathbb{C}$$

$$\begin{cases} ix - y = 2i \\ 3x - 2iy = 1 \end{cases}$$

1.4 Risolvere i seguenti sistemi a coefficienti reali con il metodo di Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - \sqrt{2}x_3 = 0 \\ 3x_1 - (\sqrt{2} + 6)x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 7 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 17 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + x_4 = 1 \\ 5x_1 + 12x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 7 \end{cases}$$

- 1.5** Che condizione devono rispettare a, b, c nel seguente sistema a coefficienti reali, nelle incognite x_1, x_2, x_3 , affinché esso abbia: (i) infinite soluzioni, (ii) un'unica soluzione, (iii) nessuna soluzione:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = a \\ 2x_1 + 6x_2 - 11x_3 = b \\ x_1 - 2x_2 + 7x_3 = c \end{cases}$$

- 1.6** Trovare i valori reali del parametro k in modo tale che il seguente sistema abbia: (i) una soluzione, (ii) infinite soluzioni, (iii) nessuna soluzione:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + kx_3 = 3 \\ x_1 + kx_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$