Universitá degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE1 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2003/2004
Docente: Prof. A. Lopez - Esercitatore: Dott. T. Vistarini - Tutore:Dott. M. Nesci

Esercitazione del 1/06/2004

1.1 Sia $A \in M_2(\mathbb{R})$ la seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix},$$

trovare una matrice $P \in GL_2(\mathbb{R})$ tale che :

$$D = P^{-1}AP$$

con D matrice diagonale.

1.2 Sia $A \in M_4(\mathbb{C})$ la seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 & -1 \\ a-1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ a-2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

trovare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{C}$ esiste una matrice $P \in GL_4(\mathbb{C})$ tale che

$$D = P^{-1}AP$$

con D matrice diagonale.
Trovare P per uno dei valori di a trovati.

1.3 Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, rappresentato rispetto alla base canonica dalla seguente matrice M:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

determinare la matrice M' rispetto alla base $B = (v_1, v_2, v_3)$,

$$v_1 = (0, 1, -1) v_2 = (2, 0, 3) v_3 = (1, 1, 0).$$

Determinare nucleo e immagine dell'applicazione rispetto alla base B .
Determinare autovalori e basi per gli autospazi.
Verificare se e' diagonalizzabile.

1.4 Sia $f : \mathbb{R}^3 \to M_2(\mathbb{R})$, applicazione definita nel seguente modo : $\forall v \in \mathbb{R}^3$, $v = (a, b, c)$

$$(f(v)) = \begin{pmatrix} 0 & b \\ a+b & a \end{pmatrix},$$

mostrare che f e' un'applicazione lineare.
Determinare il nucleo di f.
Trovare per quali valori reali di a e b l'immagine del vettore v e' una matrice diagonalizzabile.

1.5 Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ le cui equazioni sono:

$$T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 3x_2 - x_3, 2x_1 - x_3, x_1 - x_2 - x_3)$$

verificare se e' diagonalizzabile.