

## Lavoro Guidato N4 di AM2

### Esercizio1

Calcolare il valore della funzione  $e^z$  per  $z = \frac{\pi}{4}i$ ,  $z = \frac{2}{3}\pi i$ ,  $z = \frac{\pi}{3}i$ .

### Esercizio2

Determinare tutti i possibili valori di  $\log(-3)$ ,  $\log 1$ ,  $\log \frac{i}{4}$ ,  $\log(-\frac{i}{2} - 2)$ ,  $\log(4 + i)$  e  $\log(1 + 2i)$ .

### Esercizio3

Discutere l'esistenza di eventuali limiti lungo semirette uscenti dall'origine per le seguenti funzioni:

$$f_1(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases},$$

$$f_2(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 + xy^3}{(x^2 + y^2)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases},$$

$$f_3(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2y^2}{(x^2 + y^2)^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Studiarne poi l'eventuale continuità in zero.

### Esercizio4

Sia  $f(x, y)$  una funzione omogenea di grado  $\alpha \in \mathbf{R}$ , ossia  $f(x, y) = |(x, y)|^\alpha f\left(\frac{(x, y)}{|(x, y)|}\right)$  per ogni  $(x, y) \neq (0, 0)$ . Discutere l'esistenza di eventuali limiti lungo semirette uscenti dall'origine e l'eventuale continuità in zero per la funzione  $f$  al variare di  $\alpha$ . Confrontare i risultati ottenuti con il precedente esercizio.

### Esercizio5

Discutere l'esistenza di eventuali limiti lungo semirette uscenti dall'origine e l'eventuale continuità in zero per la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \text{sign}(x^2 - y) & \text{se } x^2 \neq y \\ 1 & \text{se } x^2 = y \end{cases}.$$