

## Tutorato di FM1

28 marzo 2003

1. Dato il sistema planare

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y \\ \dot{y} = -x - y \end{cases}$$

- a) Dimostrare che ha un unico punto di equilibrio.
- b) Scrivere esplicitamente la soluzione passante per un generico punto  $(x_0, y_0)$ .
- c) Usando la definizione di stabilità dimostrare che il punto di equilibrio è stabile.
- d) Mostrare che il punto di equilibrio è attrattivo e determinare il bacino di attrazione.

2. Dato il sistema planare

$$\begin{cases} \dot{x} = x \\ \dot{y} = 2x - y \end{cases}$$

- a) Mostrare che esiste un unico punto di equilibrio.
- b) Mostrare che la funzione  $H(x, y) = x(y - x)$  è costante lungo ogni soluzione del sistema.
- c) Mostrare che gli autospazi della matrice associata al sistema sono insiemi invarianti per il campo vettoriale e dire quante orbite distinte contengono.
- d) Mostrare che il punto di equilibrio non è stabile utilizzando la definizione di stabilità.
- e) Esiste una soluzione  $(x(t), y(t))$  tale che  $x(0) = -2$  e  $x(1) > 2$ ?