

Tutorato di CAM

Fabrizio Fanelli

Integrali

Calcolare i seguenti integrali definiti:

1. $\int_0^3 \sin[x] dx$

2. $\int_{-1}^1 x^2 e^x dx$

3. $\int_{-2}^2 x^4 \cos^2 x \sin x dx$

Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

1. $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$ **Soluzione.** Sostituire $t = \tan \frac{x}{2}$, risulta $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$
e $dx = \frac{2}{1+t^2} dt$ ($\frac{2t}{1+t^2} + x + c$)

2. $\int \frac{1}{1-x^2} dx$ **Soluzione.** si riduce a calcolare 2 integrali di 2 fratti
semplici del I tipo ($1-x$ e $1+x$)

3. $\int \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$ **Soluzione.** simile al precedente. ($x - \tan \frac{x}{2} + c$)

4. $\int \frac{1}{\sin^2 x + \tan^2 x} dx$ **Soluzione.** Sostituire $t = \tan x$, risulta $\cos^2 x =$
 $\frac{1}{1+t^2}$, $\sin^2 x = \frac{t^2}{1+t^2}$ e $dx = \frac{dt}{1+t^2}$

5. $\int \frac{2\sqrt{3}x}{3x^4 + 6x^2 + 3} dx$ **Soluzione.** sostituire $t = \sqrt{3}x^2$, risulta $dt =$
 $2\sqrt{3}x dx$

6. $\int \frac{3}{x^3 + 3x^2 - 24x + 28} dx$ **Soluzione.** il polinomio a denominatore a
una radice semplice, -7 , ed una doppia, 2 , quindi ci si riconduce ad un
int. di fratti semplici del I tipo ed uno del II.

7. $\int \frac{35x^4 + 124x^3 + 51x^2 + 6x + 7}{7x^5 + 31x^4 + 17x^3 + 3x^2 + 7x - \sqrt{13}} dx$ **Soluzione.** il numeratore è la derivata del denominatore, allora
8. $\int \frac{x}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$ **Soluzione.** una radice del polinomio al denominatore è 1, poi.... (fratti semplici)
9. $\int \frac{x}{\cos^2(x)} dx$ **Soluzione.** integrare per parti: $f(x) = x$ e $g'(x) = \frac{1}{\cos^2}$.
10. $\int x^3 \sin x dx$ **Soluzione.** integrare per parti più volte, ponendo $f(x) = x^n$.
11. $\int \frac{\log(1+x)}{x^2} dx$ **Soluzione.** per parti.
12. $\int \frac{\log(\log x)}{x} dx$ **Soluzione.** per parti, ponendo $f(x) = \log(\log x)$.
13. $\int \log x (\sin x + x \cos x) dx$ **Soluzione.** osservando che $D(x \sin x) = \sin x + x \cos x$, si integra per parti.
14. $\int \sqrt{1-x^2} dx$ **Soluzione.** ponendo $g'(x) = 1$ integrare per parti.