

## Lavoro Guidato N5

Esercizio 1 Calcolare i seguenti integrali:

a)  $\int_A (x^2 + y) dx dy$  ove  $A = \{(x, y) : x \in [-1, 1], x^2 \leq y \leq 1\}$ ;

b)  $\int_A xy dx dy$  ove  $A = \{(x, y) : y \in [0, 1], 0 \leq x \leq e^{-y}\}$ ;

c)  $\int_A e^{x+y} dx dy$  ove  $A = \{(x, y) : x \in [0, \frac{\pi}{2}], y \in [0, \pi]\}$ ;

d)  $\int_A xy \cos(x + y) dx dy$  ove  $A = \{(x, y) : x \in [0, \frac{\pi}{2}], y \in [0, \pi]\}$ ;

e)  $\int_A x(y + \sin(\pi y)) dx dy$  ove  $A = \{(x, y) : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq 1 - x\}$ ;

f)  $\int_A (1 + x + y)^{-2} dx dy$  ove  $A = \{(x, y) : x \in [0, 2], \max(0, x - 1) \leq y \leq \min(2\sqrt{x}, 3 - x)\}$ ;

g)  $\int_A (x^2 + y^2) dx dy$  ove  $A = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq r^2\}$ ,  $r > 0$ .

Esercizio 2 Trovare l'area dell'asteroide

$$A = \{(x, y) : x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} < a^{\frac{2}{3}}\}$$

per  $a > 0$ .

Sugg. Usare il cambiamento di variabili  $x = \rho \cos^3(\theta)$ ,  $y = \rho \sin^3(\theta)$ .

Esercizio 3 Calcolare l'area del dominio

$$A_h = \{(x, y) : x^{\frac{2}{2h-1}} + y^{\frac{2}{2h-1}} < a^{\frac{2}{2h-1}}\}$$

per  $a > 0$  e  $h \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ .

Calcolare l'eventuale limite, se esiste, per  $h \rightarrow +\infty$  della successione  $\text{Area}(A_h)$ .