Soluzioni 11-Am3

Dott. Laura Di Gregorio

23 maggio 2003

1. Passando in coordinate polari otteniamo

$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta = e^{2\theta}\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta = e^{2\theta}\sin\theta \end{cases}$$

Si ha inoltre

$$ds = \sqrt{x'(\theta)^2 + y'(\theta)^2}\,d\theta = \sqrt{5}\,e^{2\theta}\,d\theta$$

e sostituendo nell'integrale otteniamo

$$\int_\gamma (x^2+y^2)^2\,ds = \sqrt{5}\int_{-\infty}^{0} e^{10\theta}\,d\theta = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$

2. Dobbiamo calcolare

$$\int_\gamma f\,ds.$$

Usiamo per l'ellisse la rappresentazione parametrica

$$\begin{cases} x = 2\cos\theta = e^{2\theta}\cos\theta \\ y = 4\sin\theta = e^{2\theta}\sin\theta \end{cases} \qquad \theta\in[0,2\pi[$$

Si trova

$$ds = \sqrt{x'(\theta)^2 + y'(\theta)^2}\,d\theta = \sqrt{4\sin^2\theta + 16\cos^2\theta}\,d\theta = \sqrt{4+12\cos^2\theta}\,d\theta$$

e dunque

$$\int_\gamma f\,ds = \int_0^{2\pi}(4+12\cos^2\theta)\,d\theta = 20\pi.$$