

Esercitazione 3-Am3

Prof. Luigi Chierchia, Dott. Laura Di Gregorio

21 marzo 2003

Esercizio 1

Verificare che $F(x, y) = e^{x-y} + x^2 + y^2 - e(x+1) - 1 = 0$ definisce implicitamente una funzione $y = g(x)$ in un intorno di $x = 0$ con $g(0) = -1$. Si dimostri che $x = 0$ è punto di minimo relativo per $g(x)$.

Esercizio 2

Sia $F(x, y) = x^2y + e^{x+y} = 0$. Dimostrare che essa definisce implicitamente una funzione $y = g(x)$ definita per $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Inoltre:

- verificare che $g(x) < 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$;
- verificare che $g(x) \rightarrow 0^-$ per $x \rightarrow -\infty$;
- verificare che $g(x) \rightarrow -\infty$ per $x \rightarrow 0$;
- verificare che $g(x)$ ha un punto di massimo locale in $x = 2$.

Esercizio 3

Discutere la massimalità della soluzione della seguente equazione differenziale al variare del parametro α :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = |x|^{\frac{3}{2}} e^t \\ x(0) = \alpha \in \mathbb{R} \end{cases}$$