

Tutorato VI

26/11/2002

Continuità in \mathbb{R}^2

Esercizio 1. Sia $f(x, y) = x^2 + y^2$. Mostare, usando solo la definizione, che f è uniformemente continua su $B_1(0) = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1\}$

Esercizio 2. Sia $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$. Dato $\epsilon > 0$ trovare $\delta : |f(x, y) - f(x_0, y_0)| < \epsilon$ per ogni $|(x, y) - (x_0, y_0)| < \delta$ nei seguenti casi:

(i) $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{\alpha/2}$, $\alpha > 0$, $(x_0, y_0) = (0, 1)$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$

(ii) $f(x, y) = \sin \frac{1}{xy^2}$, $(x_0, y_0) = (-1, -1)$

(iii) $f(x, y) = \log(\cos xy)$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$

(iv) $f(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-k(x^2+y^2)}$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$

(v) $f(x, y) = \tanh(|x| + |y|)$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$