

XII SETTIMANA

Polinomi e serie formali in una indeterminata: somma, prodotto (di convoluzione). Polinomi a coefficienti in un dominio d'integrità: grado. Prime proprietà. Elementi invertibili e associati: caso particolare di un anello di polinomi.

Polinomi monici. Divisione con il resto tra polinomi. Teorema del resto ($f(\alpha) = 0$ se e soltanto se $(T - \alpha) \mid f(T)$). Esempi. Radici di un polinomio. Esistenza di radici e riducibilità (caso dei polinomi di II e III grado). Regola di Ruffini. Ricerca di radici intere e razionali di polinomi a coefficienti interi.

Polinomi a coefficienti in un campo K (cenni): esistenza ed unicità del MCD monico. Identità di Bézout. Polinomi irriducibili e teorema di fattorizzazione unica in $K[T]$ (cenni).

Polinomi a coefficienti interi: contenuto di un polinomio, polinomi primitivi. Lemma di Gauss. Teorema di fattorizzazione unica in $\mathbb{Z}[T]$. Polinomi irriducibili in $\mathbb{Z}[T]$ ed in $\mathbb{Q}[T]$. Enunciato del Teorema Fondamentale dell'Algebra. Polinomi irriducibili di $\mathbb{C}[T]$ e di $\mathbb{R}[T]$

Criterio di irriducibilità di Eisenstein. Esempi ed applicazioni (irriducibilità del p -polinomio ciclotomico: cenni).

Argomento facoltativo. Equipotenza tra insiemi. cardinalità del numerabile e cardinalità del continuo. Insiemi infiniti e loro caratterizzazione. Sottoinsiemi di insiemi numerabili. Teorema di Cantor sul numerabile. Per ogni insieme X , $\text{Card}(X) \leq \text{Card}(\mathbf{P}(X))$. L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è equipotente all'insieme $\mathbf{P}(\mathbb{N})$. Ipotesi del continuo (cenni).

* * *

Tali argomenti si possono trovare nei Paragrafi 10 e 12 di [FG].

[FG] Marco Fontana e Stefania Gabelli, *Insiemi, numeri e polinomi*. CISU, Roma 1989.

* * *