

## TN1

### Esercizi per casa, V Prova (8 maggio 2002)

1) Dimostrare che il numero delle soluzioni della congruenza  $X^2 - Y^2 \equiv a \pmod{p}$  è  $p - 1$  se  $p \nmid a$  e  $2p - 1$  se  $p \mid a$ .

2) Calcolare  $\left(\frac{113}{997}\right)$ ,  $\left(\frac{215}{761}\right)$ ,  $\left(\frac{514}{1093}\right)$ ,  $\left(\frac{401}{757}\right)$ .

3) Trovare tutte le soluzioni, al variare di  $\lambda$ , della seguente congruenza:

$$9X^2 - 6X + 2 + \lambda \equiv 0 \pmod{13}.$$

4) Dimostrare che la congruenza  $aX^m + bY^n \equiv c \pmod{p}$  ha lo stesso numero di soluzioni di  $aX^{m'} + bY^{n'} \equiv c \pmod{p}$ , dove  $m' = \text{MCD}(m, p - 1)$  e  $n' = \text{MCD}(n, p - 1)$ .

5) Trovare tutte le soluzioni della seguente equazione diofantea:

$$(X + 5)^2 - 11(Y - 1)^2 = 1.$$