

## Tutorato di TE1 - Teoria delle Equazioni

Andrea Susa

13 marzo 2002

(1) Sia  $F \supseteq K$  un ampliamento di campi, e sia  $[F : K] = p^n$ , con  $p$  numero primo e  $n \geq 1$ . Mostrare che ogni polinomio irriducibile  $f \in K[x]$  di grado minore di  $p$  non ha radici in  $F$ .

(2) Sia  $\mathbb{K}$  il campo di spezzamento di  $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ . Determinare  $[\mathbb{K} : \mathbb{Q}]$  e descrivere  $\mathbb{K}$  quando  $f$  è uno dei seguenti polinomi:

(a)  $f(x) = x^9 - 1$ ;

(b)  $f(x) = x^4 - 9x^2 + 20$ ;

(c)  $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1$ .

(3) Sia  $\mathbb{K}$  il campo di spezzamento di  $f(x) \in \mathbb{F}_p[x]$ . Determinare  $[\mathbb{K} : \mathbb{F}_p]$  e descrivere  $\mathbb{K}$  quando  $f$  è uno dei seguenti polinomi:

(a)  $f(x) = x^4 - 1$ , con  $p = 3, 5$ ;

(b)  $f(x) = x^3 - 5$ ,  $p = 2, 3, 7$ .

(4) Sia  $\alpha$  un elemento algebrico su  $\mathbb{Q}$ . Determinare tutti i morfismi  $\phi : \mathbb{Q}(\alpha) \rightarrow \mathbb{C}$  quando  $\alpha$  è uno dei seguenti:

(a)  $\alpha = \xi_n$ ,  $n \geq 2$ ;

(b)  $\alpha = \sqrt[3]{2} + i$ ;

(c)  $\alpha = \sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ ;

(d) Quali fra i morfismi sopra descritti sono automorfismi?