

Soluzione esercizio 0.1. Σ è rigata, cioè ammette una parametrizzazione del tipo $\alpha(u) + v \cdot w(u)$ con $\alpha(u) = (u, 0, 0)$ cioè l'asse x e $w(u) = (0, 1, u)$. Le curve del tipo $u = \text{cost.}$ sono tutte rette contenute in Σ : $\alpha(u) + v \cdot w(u) = (u, v, uv)$.

Un piano che contiene l'asse z ha equazione $y = mx$ e quindi le curve intersezione sono parabole $z = mx^2$ - se $m \neq 0$ - oppure l'asse delle x o l'asse delle y .

Per la formula a p.163 $K = -\frac{1}{1+x^2+y^2}$

Per trovare il piano tangente in O consideriamo la parametrizzazione (x, y, xy) quindi $f_x = (1, 0, y) = (1, 0, 0)$ in O e $f_y = (0, 1, x) = (0, 1, 0)$ in O da cui $T_O\Sigma$ è il piano orizzontale $z = 0$. In ogni intorno di O ci sono punti di Σ con $z > 0$, se $xy > 0$ e con $z < 0$, se $xy < 0$.

Soluzione esercizio 0.2. prendiamo $\alpha(u)$ la circonferenza $(\cos u, \sin u, 0)$ e il vettore $w(u) = \dot{\alpha} + \vec{k} = (-\sin u, \cos u, 0) + (0, 0, 1)$ allora $\alpha(u) + vw(u) = (\cos u - v \sin u, \sin u + v \cos u, v)$ è una parametrizzazione che contiene la famiglia di rette del tipo $u = \text{cost.}$

L'altra famiglia di rette su Σ si trova prendendo la stessa circonferenza $\alpha(u)$ e invece il vettore $w(u) = (-\sin u, \cos u, 0) - (0, 0, 1)$.