Università degli Studi di Roma Tre

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/2002

Tutorato GE4 - 4/12/2001

Soluzione esercizio 0.1. *Si calcola la prima forma fondamentale*

$$I = \begin{pmatrix} v^2+1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

e il versore normale

$$N = (1+v^2)^{-\frac{1}{2}}(-\sin u, \cos u, -v)$$

da cui la seconda foma fondamentale è

$$II = (1+v^2)^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

per cui l'operatore forma è

$$dN = -I^{-1}II = ...$$

e ha autovalori $k_1 = -k_2$.

Soluzione esercizio 0.2. *Anche se l'Iperboloide è una superficie di rotazione per calcolare la sua curvatura di Gauss usiamo la formula per le superfici 'grafico' p.163.*

Nel semispazio $z > 0$ *l' iperboloide è il grafico della funzione* $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2-1}$, *quindi la curvatura di Gauss ha lo stesso segno del determinate dell'Hessiano di f (formula a p.163) che bisogna dimostrare essere sempre* < 0.

La parte dell' iperboloide che sta in $z < 0$ *si ottiene con il movimento rigido di tutto* $\mathbb{R}^3$ $(x,y,z) \mapsto (x,y,-z)$ *e quindi ha la stessa curvatura di Gauss.*

Soluzione esercizio 0.3. *Scrivere il Toro come superficie di rotazione e seguire l'esempio 1 p.156.*