Università degli Studi di Roma Tre

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/2002

Tutorato GE4 - 27/11/2001

Soluzioni

Soluzione esercizio 0.1. *Un versore* $v \in T_p\Sigma$ *è una direzione asintotica se la seconda forma fondamentale* $II(v) = 0$*. Scriviamo* $v = \cos\theta e_1 + \sin\theta e_2$ *con* e_1, e_2 *direzioni principali. Allora, per la formula alla fine di p.145 si ha:* $II(v) = k_1 \cos^2\theta + k_2 \sin^2\theta$ *e quindi* $II(v) = 0$ *se e solo se* $\tan^2\theta = -k_1/k_2$ *e quindi le due soluzioni nell'intervallo* $\theta \in [0, \pi)$ *sono* $\theta = \arctan\sqrt{(-k_1/k_2)}$ *e* $\pi - \theta = \arctan(-\sqrt{(-k_1/k_2)})$.

Soluzione esercizio 0.2. $k = |C''|$ *dove* C'' *e' la derivata seconda della curva regolare* C*. Quindi* $k \geq |k_n| = |\langle C'', N\rangle|$ *ma la curvatura normale* k_n *è sempre compresa tra le due curvature principali.*

Soluzione esercizio 0.3. *NO. Controesempio, sia* Σ *un piano, cosicché* $k_1 = k_2 = 0$ *dappertutto. Possiamo però trovare curve (per esempio i cerchi) su* Σ *con curvatura* k *arbitrariamente grande.*

Soluzione esercizio 0.4. $\frac{1}{\pi}\int_0^\pi k_n(\theta)d\theta = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi k_1\cos^2\theta + k_2\sin^2\theta = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi k_2 + (k_1 - k_2)(1 + \cos 2\theta)/2 = k_2 + (k_1 - k_2)/2 = (k_1 + k_2)/2 = H$ *per definizione di curvatura media.*