Universitá degli Studi di Roma Tre - Dipartimento di Matematica
Corso di GE3 del Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/2002
Docente: Prof. M. Pontecorvo - Esercitatore: Dott. L. Di Marco - Tutori: A. Pesce, M. Nesci

Tutorato del 24/5/2002

12.1 Sia $p : E \to B$ un rivestimento. Dimostrare che p è un'applicazione aperta.

12.2 Siano $p : E \to B$, $p' : E' \to B'$ due rivestimenti. Dimostrare che $p \times p' : E \times E' \to B \times B'$ è un rivestimento.

12.3 Sia Y uno spazio discreto. Sia $p : X \times Y \to X$ definita da:

$$p(x, y) = x, \ \forall (x, y) \in X \times Y.$$

Dimostrare che p è un rivestimento.

12.4 Sia $p : E \to B$ un rivestimento con B spazio connesso. Dimostrare che se $p^{-1}(b_0)$ è costituito da k punti per qualche $b_0 \in B$, allora $p^{-1}(b)$ è costituito da k punti per ogni $b \in B$.

12.5 Si consideri lo spazio $(\mathbb{C}, \mathcal{T}_e)$ e si consideri la 1-*sfera* $S^1 = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$. Si consideri l'applicazione $p : S^1 \to S^1$ definita da:

$$p(z) = z^2.$$

Dimostrare che p è un rivestimento di S^1.

12.6 É noto che $\pi_1(S^1 \times S^1, b_0 \times b_0)$ è isomorfo al gruppo $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

(i) Si consideri il sottogruppo ciclico infinito di $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ generato dall'elemento 1×0; determinare il corrispondente spazio di rivestimento di $S^1 \times S^1$.

(ii) Determinare lo spazio di rivestimento di $S^1 \times S^1$ corrispondente al sottogruppo ciclico infinito generato da 1×1.