TUTORATO GE1

Mercoledi 17 aprile 2002

1. Trovare il rango delle seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 3 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & -4 & -7 & -3 \\ 3 & 8 & 1 & -7 & -8 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -2 \\ 5 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

2. (a) Quante soluzioni ha il sistema $AX = 0$?

   (b) Se $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$ il sistema $BX = b$ è risolubile?

   (c) Sia $c = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$

   Discutere, al variare di $x, y, z, w \in \mathbb{R}$, se è risolubile = il sistema $DX = c$ e dire quante soluzioni ha.

   (d) Dimostrare che tutte le matrici $n \times m$ a elementi in $\mathbb{R}$ = di rango minore o uguale a 1 sono della forma

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_m \end{pmatrix}$$

con $a_1, \dots a_n, b_1, \dots, b_n \in \mathbb{R}$

3. Discutere, al variare del parametro reale $m \in \Re$, la risolubilità dei seguenti sistemi lineari:

$$\begin{cases} 2X - Y = m+1 \\ mX + Y = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} X - Y = 2 \\ -X - mY + 2mZ = -\frac{1}{3} \\ mX + mY = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X - Y + mZ = 0 \\ mY - Z = 0 \\ -X + Y + Z = m \end{cases} \qquad \begin{cases} X + mZ = -2 \\ mX + 3Y + Z = 0 \\ X + mY = 2 \\ Y - Z = m \end{cases}$$