

Università degli studi di Roma Tre
 Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2001/02
 Geometria 1
 Tutorato

Esercizio 1. Consideriamo le seguenti matrici:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcolare: $A^2 + 3^t A + A^t A^2$ e $B^2 - {}^t B + I$.

Esercizio 2. Decomporre le seguenti matrici come somma di una matrice simmetrica ed una anti-simmetrica.

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & -1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 15 & -\sqrt{17} \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 + \sqrt{3} & 6 & \frac{1}{2} \\ 6 & 3 + \sqrt{7} & 13 \\ \frac{1}{2} & 13 & 37 + \sqrt{47} \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 2 & 0 & \sqrt{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{3}{7} \\ -\frac{1}{5} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ \frac{3}{7} & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ le seguenti matrici sono simmetriche

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 + k^2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 + k^3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{3}{7} \\ -\frac{1}{5} & k & 0 & 1 \\ 0 & 0 & k & 3 \\ \frac{3}{7} & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 + k^3 + k^5 \\ k + 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ k^6 + 4 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4. Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la seguenti matrici sono nilpotenti:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -k & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -k \\ 0 & 0 & 0 & k^2 + 3k + 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & k \\ 0 & 0 & k^3 + 7 & 0 \\ 0 & k & 0 & k^3 + 7 \\ 0 & 0 & 0 & k \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 5k & 0 & 0 \\ -0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 5. *Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la seguenti matrici sono ortogonali:*

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k \\ -k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & k \\ 0 & 0 & k & 0 \\ 0 & k & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3k & 5k & 0 & 0 \\ -5k & 3k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k & -1 & 0 \\ 0 & -1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$