

Tutorato di FM1

14 Maggio 2002

Esercizio 1. Dato un sistema di riferimento $k = Oxyz$ (sistema assoluto) si consideri un sistema di riferimento mobile $K = O'\xi\eta\zeta$ (sistema relativo) tale che:

- O' si muove sul piano xy lungo la spirale $r(t) = \theta(t) = t$,
- l'asse ζ di K si mantiene sempre parallelo all'asse z di k ,
- il piano (ξ, η) ruota con velocità angolare costante $\omega = 1$ intorno a O' ,
- k coincide con K all'istante $t = 0$.

Un punto materiale P si muove lungo l'asse ξ con legge oraria $\xi(t) = t$.

- 1) Scrivere la soluzione delle equazioni del moto $\mathbf{q}(t)$ nel sistema assoluto e $\mathbf{Q}(t)$ nel sistema relativo.
- 2) Determinare la velocità assoluta \mathbf{v} .
- 3) Determinare la velocità relativa \mathbf{v}' .
- 4) Determinare la componente traslatoria della velocità di trascinamento $\mathbf{v}_{O'}$.
- 5) Determinare la componente rotatoria della velocità di trascinamento \mathbf{v}_T .
- 6) Determinare la forza centrifuga che agisce sul punto P .
- 7) Determinare la forza di Coriolis che agisce sul punto P .
- 8) Determinare l'istante in cui il punto P attraversa la circonferenza di raggio 10 e centro O sul piano xy .

Esercizio 2. Si consideri un punto materiale di massa 1 soggetto ad una forza centrale di potenziale:

$$V(r) = \log r - \frac{\alpha}{4r^2}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

Discutere il moto della variabile $r(t)$ al variare del parametro α rispondendo alle domande seguenti:

- (1) Scrivere l'equazione del moto e il sistema dinamico associato.
- (2) Determinare i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.
- (3) Disegnare il grafico del potenziale efficace.
- (4) Analizzare qualitativamente le orbite nel piano (r, \dot{r}) .
- (5) Determinare le traiettorie periodiche nel piano (r, \dot{r}) .
- (6) Discutere le condizioni sotto le quali il moto complessivo del sistema è periodico.