

Corso di laurea in Matematica
Sistemi dinamici – Primo Modulo

PROVA D'ESAME DEL 27-06-2000

Sia dato il sistema dinamico planare

$$\begin{cases} \dot{x} = (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 3) + 4y^2(x^2 + y^2 - 2), \\ \dot{y} = -4xy(x^2 + y^2 - 2). \end{cases}$$

- (1) Verificare che la funzione $H(x, y) = y(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 3)$ è una costante del moto.
- (2) Determinare i punti d'equilibrio.
- (3) Analizzare le curve di livello di $H(x, y)$ nel piano: determinarne qualitativamente la forma e discuterne il verso di percorrenza.
- (4) Discutere la stabilità dei punti d'equilibrio.
- (5) Risolvere esplicitamente le equazioni del moto, i.e. trovare la soluzione $(x(t), y(t))$, in corrispondenza del dato iniziale $(x(0), y(0)) = (0, 1)$.