

ESERCIZIO. Si consideri il sistema meccanico unidimensionale che descrive un punto materiale di massa $m = 1$, soggetto alla forza di energia potenziale

$$V(x) = (x^2 - 1) e^{-x}.$$

- (1) Scrivere l'equazione del moto e le equazioni che definiscono il sistema dinamico associato.
- (2) Verificare che l'energia $E(x, y) = y^2/2 + V(x)$, con $y = \dot{x}$, è una costante del moto.
- (3) Determinare i punti d'equilibrio del sistema dinamico corrispondente e discuterne la natura.
- (4) Studiare il grafico dell'energia potenziale $V(x)$.
- (5) Discutere qualitativamente le curve di livello dell'energia e le traiettorie del sistema nel piano $(x, y) = (x, \dot{x})$.
- (6) Verificare che la traiettoria con condizioni iniziali $(x(0), \dot{x}(0)) = (0, \sqrt{2})$ è periodica.
- (7) Scriverne il periodo T come integrale definito.
- (8) Stimare il periodo T .