

## Lavoro Guidato N6 di AM2

### Esercizio1

Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{y} = \frac{2y+t^3-t}{t^2-1} \\ y(0) = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{y} = \frac{\exp t-y}{t} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

### Esercizio2

Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} \dot{y} = \exp(t-y) \\ y(0) = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{y} = y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \dot{y} = y \tan t \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{y} \cos y + \cos t = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

### Esercizio3

Si dicono equazioni di Bernoulli le equazioni differenziali del primo ordine del tipo

$$\dot{y} = a(t)y + b(t)y^\alpha$$

con  $a(t)$ ,  $b(t)$  funzioni continue in un medesimo intervallo e  $\alpha \in \mathbf{R}$ ,  $\alpha \neq 0, 1$ .

Scrivere l'integrale generale per le equazioni di Bernoulli.

**Sugg.** Effettuare la sostituzione  $x(t) = y(t)^{1-\alpha}$  e scrivere poi l'integrale generale dell'equazione differenziale in  $x(t)$  ottenuta.

### Esercizio4

Determinare tutte le soluzioni delle seguenti equazioni di Bernoulli:

$$\begin{aligned} \dot{y} + y + ty^2 &= 0 & \dot{y} &= 2ty(1-2y) \\ \dot{y} &= \frac{1}{2}y - \frac{1}{y} & \dot{y} &= \frac{2}{t}(y + t^2\sqrt{y}) \end{aligned}$$

### Esercizio5

Sia data l'equazione differenziale non omogenea del terzo ordine

$$y^{(3)} - y^{(2)} + 2y = f(t) \tag{1}$$

ove  $f(t)$  una funzione continua in un dato intervallo.

Determinare l'integrale generale di (1) per  $f \equiv 0$ .

Determinare una soluzione particolare di (1) nei seguenti casi:

- $f(t) = \exp(-t)(10t - 8)$
- $f(t) = \exp t(-2 \cos^2 t + 4 \sin^2 t + 6 \cos t \sin t)$
- $f(t) = \frac{1}{2}t^4 - 7t^2 + 6t + 6$

Scrivere infine l'integrale generale di (1) nei sopraindicati casi a), b) e c).